

# MAfiSuS



## Mathematische Angebote für interessierte Schülerinnen und Schüler

BURKHARD RÜSING – MICHAEL RÜSING – ELLEN VOIGT

**Zur Förderung leistungsstarker Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik bietet sich die Einrichtung von Arbeitsgemeinschaften an. In den vergangenen Jahren wurde an einem Konzept gearbeitet, dessen Grundzüge – angereichert mit einigen Beispielen – vorgestellt werden.**

### 1 Beschreibung des Projektes

In den vergangenen Jahren hat sich die Erkenntnis durchgesetzt, dass auch leistungsstarke Schüler ein Anrecht auf Förderung haben. Zudem gibt es Schüler, die ein großes Interesse an Mathematik haben und geeignete Angebote suchen. Schulen können durch die Einrichtung von Arbeitsgemeinschaften auf diese Bedürfnisse reagieren.

Materialien, die bei der Förderung interessierter Schüler eingesetzt werden können, existieren in großer Fülle. Lehrkräfte, die eine Arbeitsgemeinschaft leiten, müssen daher nicht unbedingt Aufgaben neu entwickeln. Der hauptsächliche Aufwand besteht darin, die vielfältigen Angebote zu sichten und eine geeignete Auswahl zu treffen.

Zur Unterstützung der Lehrkräfte hat das Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW in Zusammenarbeit mit dem Verein Mathematik-Olympiaden in Deutschland und dem

Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW eine Arbeitsgruppe im Rahmen des SINUS-Projektes eingerichtet. Der Auftrag besteht darin, Materialien für unterschiedliche Jahrgangsstufen so zusammenzustellen und aufzubereiten, dass sie von Lehrkräften ohne große Vorbereitung unmittelbar eingesetzt werden können. Das heißt, dass zu den Aufgabensammlungen didaktisch-methodische Kommentare für den Einsatz formuliert worden sind. Für Schüler werden außerdem differenzierte Hilfestellungen auf unterschiedlichen Niveaustufen angeboten, die bei Bedarf zur individuellen Förderung dienen können. Eine weitere Individualisierung kann durch angebotene Aufgabenvariationen erfolgen.

Die Arbeitsmaterialien berücksichtigen vielfältige Aspekte der Mathematik. Neben Aufgaben, die aus Wettbewerbssituationen stammen, wurden Projekte konzipiert, die den Schülern auf haptischer Ebene einen Zugang zu mathematischen Fragestellungen eröffnen.

Die erarbeiteten Materialien werden zusätzlich zu einem getesteten Konzept für jeweils ein Schulhalbjahr zusammengestellt. Die Konzepte für die Halbjahre 5.1 und 5.2 sind bereits fertiggestellt und können von der SINUS-Seite (*www.sinus.nrw.de*) heruntergeladen werden. Abbildung 1 zeigt beispielhaft einen Ausschnitt aus dem Vorschlag für das erste Halbjahr des 5. Jahrgangs.

An weiteren Jahrgängen wird gearbeitet, und das vorhandene Material wird regelmäßig ergänzt. Alle Materialien liegen in einem editierbaren docx-Format vor, so dass sie geändert und an die Bedürfnisse der jeweiligen Lerngruppe angepasst werden können.

## 2 Aufbau einer AG-Sitzung

In Anlehnung an einen Vorschlag von KÖNIG wurden die einzelnen AG-Sitzungen für eine Zeitdauer von 90 Minuten konzipiert. Jeder Sitzung liegt eine dreiteilige Struktur zugrunde (KÖNIG, 1996, 17):

- Beginn mit einer kurzen Denk- oder Knobelaufgabe als Warm-Up, etwa 10 Minuten.
- Hauptteil zur Bearbeitung des thematischen Schwerpunktes der Sitzung, etwa 60 Minuten.
- Ausklang mit mathematischen Spielen, etwa 20 Minuten.

Arbeitsgemeinschaften finden in der Regel außerhalb der regulären Kernzeit am Nachmittag statt, die Schüler kommen aus der Mittagspause. Durch das Warm-Up wird ein Startpunkt gesetzt, die Schüler werden auf mathematische Fragestellungen und Denkstrukturen eingestimmt. Zudem dient es der Gemeinschaftsbildung und Konzentrationsförderung. Die am Ende stattfindende Präsentation und Diskussion der Aufgabenlösung im Plenum leitet in den Hauptteil über.

Im Hauptteil bearbeiten die Schüler entweder thematisch zusammengestellte Wettbewerbsaufgaben der Mathematik-Olympiade oder ein eher praktisch angelegtes Projekt.

Die Wettbewerbsaufgaben wurden aus unterschiedlichen Jahren und Runden zu einzelnen Modulen zusammengestellt. Einige Modulbeispiele seien genannt:

- Zahlenrätsel
- Wer ist Wer?
- Mustererkennung
- Systematisches Probieren
- Rund um den Kreis

Die erste Seite des Schülermaterials zum Modul Zahlenrätsel ist in Abbildung 2 dargestellt.

Bei der Auswahl und Anordnung der Aufgaben wurde auf eine Progression im Schwierigkeitsgrad geachtet.

Muster einer Reihenplanung für die Klasse 5 im ersten Schulhalbjahr 2013/2014

KW	Datum	Warm Up	Hauptteil	Ausklang
37	09.09. – 13.09.2013	Kirschtorte	Informationen zur Mathematik-Olympiade, ausgewählte Aufgaben <i>Motivation zur Teilnahme, Wettbewerb steht unmittelbar bevor</i>	Black Story
38	16.09. – 20.09.	Tanzsaal	Modul „Wer ist wer?“	Black Story
39	23.09. – 27.09.	Lügendgeschichten	Schüler-AB	Nim-Spiel
40	30.09. – 04.10.	Leitungsbau	Projekt „Schrägbilder“	Nim-Spiel
41	07.10. – 11.10.	Gleisarbeiten		100 gewinnt
42	14.10. – 18.10.	Schwimmbekken	Modul „Knobeln mit der Waage“ Schüler-AB	Kreuzzahlrätsel
43	Herbstferien			
44	Herbstferien			
45	04.11. – 08.11.	Nüsse	Bastelprojekt „PopUp Karten“ / Training für 2. Runde der MO <i>Als Motivation für die Mustererkennung nutzbar</i>	Autorenennen
46	11.11. – 15.11.	Geschwister	Bastelprojekt „PopUp Karten“	Autorenennen
47	18.11. – 22.11.	Wasserkrüge	Modul „Mustererkennung“ Schüler-AB	Fünf in einer Reihe
48	25.11. – 29.11.	Die Uhr	Modul „Mustererkennung“ Schüler-AB <i>Hinweis auf mathematische Adventskalender</i>	Fünf in einer Reihe
49	02.12. – 06.12.	Wochentage	Bastelprojekt „Sterne“ <i>passend zur Vorweihnachtszeit</i>	Adventskalender

Abb. 1. Ausschnitt aus der Zusammenstellung der AG-Sitzungen für das Halbjahr 5/I



## Mathematik-Olympiaden e. V.

### Verborgene Zahlen

### Modul Zahlenrätsel

#### Aufgabe 1 (480435)

Wie heißt meine Zahl?

- Meine Zahl hat bei Division durch 5 und bei der Division durch 7 den Rest 3.
- Meine Zahl ist kleiner als 400.
- Der Vorgänger meiner Zahl ist durch 8 teilbar.
- Der Nachfolger meiner Zahl ist durch 3 teilbar.

#### Aufgabe 2 (450621)

Frank fragt Jan, wie viele Schüler in seiner Klasse sind. Jan antwortet nicht ganz direkt:



„Multipliziert man die Schülerzahl in meiner Klasse mit 5, so ist die Quersumme dieses Produktes doppelt so groß wie die Quersumme der Schülerzahl. Außerdem ist das Produkt durch 6 teilbar. Ach ja, in meiner Klasse können 26 Schüler Rad fahren und 12 Schüler schwimmen, und jeder Schüler kann mindestens eins von beiden.“

#### Aufgabe 3 (430524)

Die Panzerknacker flüchten in einem Auto. Zwei Mathematiker sind Zeuge. Bei der Polizei macht der erste folgende Angaben zum Kennzeichen:

**POLIZEI**

- Die Zahl auf dem Kennzeichen ist vierziffrig
- Sie beginnt mit der Ziffer 5.
- Die Zahl ist eine Quadratzahl.
- Die Endziffer der Zahl auf dem Kennzeichen ist gleich der Endziffer der Zahl, deren Quadrat die Zahl auf dem Kennzeichen ist.

Kann die Polizei die Zahl auf dem Kennzeichen aus diesen Angaben eindeutig ermitteln? Wenn ja, gib die Zahl an; wenn nein, gib an, welche Kennzeichen-Zahlen möglich sind.

Der Kollege des ersten Mathematikers sagt:

- Mein Kollege hat mit fast allem Recht, aber die Zahl begann mit einer Sechs.

Kann die Polizei aus diesen Angaben die Zahl eindeutig bestimmen?

---

Arbeitsgruppe MAFiSuS . Michael Rüsing (Essen), Andrea Frie (Duisburg), Thomas Giebisch (Remscheid), Gaby Heintz (Neuss), Steffen Heyroth (Essen), Matthias Lippert (Remscheid), Frederik Magata (Düsseldorf), Stefan Möllenberg (Düsseldorf), Burkhard Rüsing (Goch), Ellen Voigt (Wuppertal)

Seite 1 von 2

Jedes Modul besteht aus dem Schülerarbeitsblatt, Hilfsangeboten zur Erschließung der Aufgaben (Abb. 3) und dem Material für die Lehrkraft. Das Lehrermaterial enthält neben ausführlichen Lösungen auch Hinweise für den Einsatz, für Aufgabenvariationen, Differenzierung und Vertiefung. Dadurch wird eine individuelle Förderung auf unterschiedlichem Niveau ermöglicht.

Die Projekte bieten zum einen den Schülern einen weiteren Zugang zu mathematischen Fragestellungen an, zum anderen verdeutlichen sie den Alltagsbezug der Mathematik. Außerdem machen sie die ästhetische Seite von Mathematik erfahrbar. Einige Beispiele für Projekte sind:

- Sterne
- Pop-Up Karten
- Mathematisches Origami
- Parkettierung
- Schachprobleme

Bei der Konzeption der Projekte wurde auf eine altersgemäße Aufbereitung und Komplexität der zugrundeliegenden Ideen geachtet. Das Lehrermaterial der Projektbeschreibung beginnt stets mit einer ausführlichen Einführung in die Thematik. Bei Bastel-Projekten liegen sowohl eine bebilderte Anleitung mit einer Auflistung der erforderlichen Materialien als auch Hilfsangebote vor. Andere Projekte bieten wiederum ausführliche Lösungen und Hinweise für den Einsatz an. Beispielfähig ist die erste Seite des Lehrermaterials zum Bastelprojekt Sterne in Abbildung 4 dargestellt.

Projekte und Module, die einen Bezug zur Geometrie haben, nutzen die Vorteile dynamischer Geometrie Software. Die Arbeitsblätter liegen als GeoGebra-Dateien vor. Die Aufbereitung ist so konzipiert, dass in die Nutzung der Software mit eingeführt wird.

Zum Ausklang werden mathematische Spiele genutzt. Beispiele für solche Spiele sind:

- 100 gewinnt
- Kreuzzahlrätsel
- Nim-Spiel
- Black Story
- Autorennen

Ein solches Spiel bildet gemeinsam mit dem Warm-Up gewissermaßen einen Rahmen für den thematischen Schwerpunkt der Sitzung. Spiele bieten manchmal auch einen Aufhänger für Themen, die zu einem späteren Zeitpunkt in einer AG-Sitzung bearbeitet werden. So führt das Spiel »100 gewinnt« (Abb. 5) in die Strategie des Rückwärtsarbeitens ein.

### 3 Ausblick

Aufgaben sind bekanntlich nie fertig. Wurde eine Aufgabe in einer Lerngruppe erfolgreich eingesetzt, findet sich immer eine andere Gruppe, in der eine Umformulierung oder eine kleine

#### Hilfekarte 1

Begründe, dass die Endziffer einer Zahl die Endziffer ihrer Quadratzahl festlegt.

#### Hilfekarte 2

Betrachte die schriftliche Multiplikation

$$\begin{array}{r} 327 \cdot 327 \\ \underline{981} \\ 654 \\ \underline{2289} \\ 106929 \end{array}$$

Begründe, warum am Ende des Produktes die Ziffer 9 stehen muss. Gib weitere Quadratzahlen an, die auf die Ziffer 9 enden.

#### Hilfekarte 3

Untersuche, welche Endziffern bei Quadratzahlen vorkommen können.

Abb. 3. Gestufte Hilfskarten zur Aufgabe 2 aus dem Modul Zahlenrätsel

Änderung noch erfolgreicher ist. Daher ist es ein wichtiges Anliegen des vorgestellten SINUS-Projektes, Rückmeldungen positiver oder negativer Art, insbesondere auch zu Verbesserungen am Material, zu erhalten. Zurzeit wird daher im Projekt an zwei Stellen gearbeitet. Einerseits werden die Ergebnisse aus dem Einsatz der Materialien regelmäßig gesichtet und eventuell als Anlass für Veränderungen, die hoffentlich Verbesserungen sind, genommen, andererseits werden Materialien für weitere Jahrgangsstufen erarbeitet. Aktuell arbeitet ein Team von zehn Lehrkräften an einem Konzept für die Jahrgangsstufe 6. Die im Artikel vorgestellten Materialien bilden nur einen kleinen Ausschnitt aus der bisher geleisteten Arbeit. Das vollständige Paket kann im Internet unter [www.sinus.nrw.de](http://www.sinus.nrw.de) heruntergeladen werden. Das Material wird sukzessive erweitert.

#### Literatur

KÖNIG, H. (1996). *Außerunterrichtliche Arbeit, Arbeitsgemeinschaft Klasse 5 – eine Anleitung für AG-Leiter*. Chemnitz: Bezirkskomitee zur Förderung math.-nat. begabter und interessierter Schüler.

BURKHARD RÜSING, [ruensing@gaesdonck.de](mailto:ruensing@gaesdonck.de), unterrichtet am Collegium Augustinianum Gaesdonck in Goch die Fächer Mathematik und Physik. Er betreut seit Jahren Schülerzirkel für mathematisch Interessierte an der Universität Duisburg-Essen und ist Mitglied des Aufgabenausschusses des Landeswettbewerbes Mathematik NRW für die Jahrgangsstufe 7.



## Bastelprojekt Sterne mit Drehsymmetrie

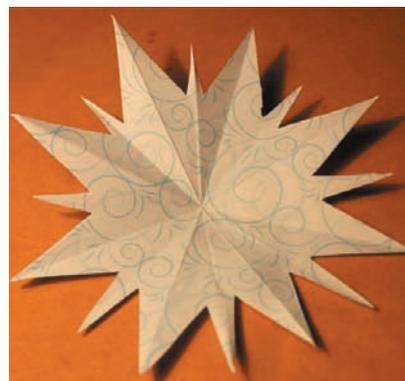
### Vorbemerkungen zum Bastelprojekt

In diesem Projekt machen Schülerinnen und Schüler Erfahrungen mit der Symmetrie. Insbesondere bei den Sternen mit 6-facher Symmetrie spielt bei der Schablonenerstellung auch die Achsensymmetrie eine wichtige Rolle.

Der Umgang mit geometrischen Werkzeugen (Geodreieck, Zirkel) und geometrischen Begriffen (Parallelität, Senkrechte, ...) wird eingeübt.

#### Erforderliche Materialien

- quadratische Papierblätter 20 cm x 20 cm, gut geeignet: Transparentpapier mit 40 g/m<sup>2</sup>
- Schere
- Geodreieck, Zirkel, Lineal
- Papier 160 g/m<sup>2</sup> für Schablonen
- Tacker
- Büroklammern



### Sterne mit 8-facher Symmetrie

Zunächst muss ein quadratisches Blatt so gefaltet werden, dass durch einfaches Schneiden eine drehsymmetrische Figur entstehen kann. Nach dem Falten wird das Papier 16-fach übereinander liegen. Damit dann noch Teile ausgeschnitten werden können, muss ein dünnes Papier verwendet werden, maximal 80 g/m<sup>2</sup>. Gut geeignet ist auch Transparentpapier mit 40 g/m<sup>2</sup>. Die vorgegebenen Schablonen sind für Papier der Größe 20 cm x 20 cm passend. Bei kleineren Ausgangsquadraten muss entsprechend verkleinert werden.

Das Blatt wird entlang der Diagonalen zu einem Dreieck gefaltet.



Arbeitsgruppe MAfiSu . Michael Rüsing (Essen), Andrea Frie (Duisburg), Thomas Giebisch (Remscheid), Gaby Heintz (Neuss), Steffen Heyroth (Essen), Matthias Lippert (Remscheid), Frederik Magata (Düsseldorf), Stefan Möllenberg (Düsseldorf), Burkhard Rüsing (Goch), Ellen Voigt (Wuppertal)

Seite 1 von 5

## 100 gewinnt

### Spielanleitung

Das Spiel „Hundert gewinnt“ könnt ihr zu zweit spielen. Gespielt wird abwechselnd. Jeder Spieler, der an der Reihe ist, wählt eine Zahl zwischen 1 und 8 und nennt diese Zahl. Die Zahl wird dann zur Summe der bisher genannten Zahlen addiert. Es gewinnt derjenige, der die Summe 100 erreicht.

Beispiel: In diesem Spiel spielen Eva und Udo gegeneinander:  
 Udo beginnt und nennt die Zahl 4.  
 Eva nennt die Zahl 3. Die Summe ist 7.  
 Nun nennt Udo die Zahl 8. Die neue Summe ist 15.  
 Und so geht es weiter, bis einer auf die Summe 100 kommt.



Abb. 5. Spiel zum Ausklang »100 gewinnt«

MICHAEL RÜSING, michael@ruesing-essen.de, unterrichtet an der B. M. V.-Schule in Essen die Fächer Mathematik, Physik und Informatik. Er koordiniert das SINUS-Projekt MAfiSuS. Im Verein Mathematik-Olympiaden in Deutschland ist er stellvertretender Vorsitzender und Mitglied des Aufgabenausschusses für die Oberstufe.

ELLEN VOIGT, ellen-voigt@web.de, unterrichtet am Gymnasium Bayreuther Straße in Wuppertal die Fächer Mathematik und evangelische Religionslehre. Sie ist Regionalkoordinatorin des Landeswettbewerbs Mathematik NRW für die Region Wuppertal und Mitglied des Aufgabenausschusses des Landeswettbewerbs Mathematik NRW für die Jahrgangsstufe 8. ■