

Vertiefende Diagnostik zur Förderung im Fach Mathematik

Aufgaben und
Beobachtungsschwerpunkte



Prozessorientierte Diagnose

... ist eine Diagnostik, in deren Rahmen Kindern Aufgaben gestellt werden, die geeignet sind, auf das Vorliegen von Symptomen für Rechenstörungen aufmerksam zu machen.

(vgl. „Rechenstörungen als schulische Herausforderung, Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen“, Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM); 2008).

Zielsetzung:

Die Diagnostik soll Informationen zu folgenden Fragen geben:

- „Wie bearbeiten die Schüler die Aufgaben?“
- „Welche Denkansätze verfolgen die Schüler?“
- „Welche Rechenstrategien verfolgen die Schüler?“
- „Welche Handlungen am Material zeigen die Schüler?“

Material:

- Ausführliche Erläuterung/Anleitung
- Aufgabenkarten
- Auswertungsbogen zur prozessorientierten Diagnostik
- Vorlagen für einen zusammenfassenden Bericht und eine Zusammenstellung der Fördermaßnahmen
- Anregung für Fördermaßnahmen

Diagnostisches Gespräch

Durchführung:

- Dem Kind die Angst nehmen. Es soll keine „Prüfungssituation“ entstehen.
- Das Kind darf Hilfsmittel verwenden (Finger, Hunderterfeld, Wendeplättchen,..)
- Die Aufgabenkarten dem Kind einzeln vorlegen
- Angenehme Gesprächsatmosphäre ohne Zeitdruck schaffen.
- Keine Rückmeldung zur Richtigkeit oder zu Fehlern bei der Bearbeitung geben.
- Nachfragen nur dann stellen, wenn der Lösungsweg, den das Kind gegangen ist für die Lehrkraft nicht verstanden wurde.

Wichtige Fragen und Aufforderungen der Lehrkraft:

- „Wie hast du gerechnet?“
- „Könntest du das auch anders rechnen?“
- „Rechne die nächste Aufgabe laut, damit ich mithören kann.“
- „Du darfst auch Material benutzen, wenn du das möchtest. Erkläre dabei, was du machst und warum du es tust.“

Mathematische Aufgabenbereiche

- Verfestigtes zählendes Rechnen
- Links-/Rechts-Unterscheidung und -Orientierung
- Einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen sowie
Intermodalitätsprobleme

Verfestigtes zählendes Rechnen

Der Bereich „verfestigtes zählendes Rechnen“ findet sich in den Aufgaben 1, 8 und 9. Exemplarisch ist hier die Bearbeitung von Aufgabe 1 dargestellt.

Aufgabe Nr. 1

a)	b)
$7 + \underline{3} = 10$	$13 + \underline{7} = 20$
$3 + \underline{7} = 10$	$70 + \underline{30} = 100$
c)	d)
$70 + 8 = \underline{78}$	$50 - 6 = \underline{44}$
$26 + 18 = \underline{44}$	$43 - 16 = \underline{27}$

Auswertungsbogen zur prozessorientierten Diagnostik

Symptombereich	Aufgabe	Zusammenfassung der Auffälligkeiten
Verfestigtes zählendes Rechnen	Aufgabe 1	
	a) Ergänzen bis 10	<input checked="" type="checkbox"/> deutlich mehr Zeit <input type="checkbox"/> etwas mehr Zeit bei $3+□=10$ <input type="checkbox"/> erkennbar zählend <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst
	b ₁) Ergänzen bis 20	<input type="checkbox"/> nutzt die Analogie <input type="checkbox"/> nutzt die Analogie nicht <input checked="" type="checkbox"/> erkennbar zählend <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst
	b ₂) Ergänzen bis 100	<input type="checkbox"/> nutzt die Analogie <input checked="" type="checkbox"/> nutzt die Analogie nicht <input type="checkbox"/> erkennbar zählend <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst
	c ₁) $70 + 8$	<input checked="" type="checkbox"/> löst die Aufgabe schnell <input type="checkbox"/> löst sie zählend
	c ₂) $50 - 6$	<i>rechnet im Kopf untereinander</i> <input type="checkbox"/> löst die Aufgabe schnell <input checked="" type="checkbox"/> löst sie zählend
	d ₁) $26 + 18$	<input checked="" type="checkbox"/> nutzt eine Strategie, nämlich <i>im Kopf untereinander</i> <input type="checkbox"/> sehr sicher <input type="checkbox"/> recht unsicher <input type="checkbox"/> sehr unsicher <input type="checkbox"/> erkennbar zählend <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst <input type="checkbox"/> erkennbar zifferweise <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst
	d ₂) $43 - 16$	<input type="checkbox"/> nutzt eine Strategie, nämlich <i>rechnet im Kopf untereinander</i> <input type="checkbox"/> sehr sicher <input type="checkbox"/> recht unsicher <input type="checkbox"/> sehr unsicher <input type="checkbox"/> erkennbar zählend <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst <input type="checkbox"/> erkennbar zifferweise <input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch gelöst <input type="checkbox"/> ± 1 Fehler <input type="checkbox"/> bildet absolute Differenz bei Einern <input type="checkbox"/> nutzt eine oder mehrere Strategien, nämlich

Verfestigtes zählendes Rechnen

Beobachtungen:

- Aufgaben mit einstelligen Summanden rechnet Lisa zählend.
- Bei zweistelligen Summanden rechnet Lisa das ihr bekannte schriftliche Rechenverfahren im Kopf. Dabei stellt sie sich die Aufgabe stellengerecht untereinander geschrieben vor.
- Bei allen Subtraktionsaufgaben wendet Lisa das ihr bekannte schriftliche Rechenverfahren zur Subtraktion vor dem „geistigen Auge“ an.

Links-/Rechts- Unterscheidung und -Orientierung

Aufgabe Nr. 3

 Welche Hand? <input type="checkbox"/> rechts <input checked="" type="checkbox"/> links	 Welcher Daumen? <input checked="" type="checkbox"/> rechts <input type="checkbox"/> links
 Welcher Arm ist oben? <input type="checkbox"/> rechts <input checked="" type="checkbox"/> links	 Welcher Arm ist oben? <input type="checkbox"/> rechts <input checked="" type="checkbox"/> links
 Wo sieht Jan den Hasen? <input checked="" type="checkbox"/> rechts <input type="checkbox"/> links	 Wo sieht Nina den Uhu? <input type="checkbox"/> rechts <input checked="" type="checkbox"/> links

Links-/Rechts-Unterscheidung sowie -Orientierung	Aufgabe 3		
	Hand/Daumen	<input type="checkbox"/> richtig und sicher <input type="checkbox"/> teilweise richtig	<input checked="" type="checkbox"/> richtig und unsicher <input type="checkbox"/> falsch
	Arm	<input type="checkbox"/> richtig und sicher <input type="checkbox"/> teilweise richtig	<input checked="" type="checkbox"/> richtig und unsicher <input checked="" type="checkbox"/> falsch <i>ich weiß ja mit falsch</i>
	Jan/Nina	<input checked="" type="checkbox"/> richtig und sicher <input type="checkbox"/> teilweise richtig	<input type="checkbox"/> richtig und unsicher <input type="checkbox"/> falsch

Beobachtungen:

- Lisa unterscheidet links und rechts im Bereich der Körperteile und auch am Gegenüber sehr unsicher.
- In ihren Überlegungen geht Lisa von ihrer „Schreibhand“ aus („das muss rechts sein, ich schreibe ja mit rechts“)

Einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen sowie Intermodalitätsprobleme

Der Bereich „Einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen“ findet sich in der Aufgaben 6.

Aufgabe Nr. 6
Löse die Aufgaben wie im Beispiel.

Beispiel
Jonas hat 7 Kirschen. Er schenkt davon 3 seinem Bruder. Wie viele Kirschen hat er noch?
Rechnung: 7 - 3 = 4

a) Maïke bekommt zu Ostern 12 Eier von ihrem Onkel und 6 Eier von ihrer Oma. Wie viele hat sie insgesamt bekommen?
Rechnung: 12 + 6 = 18

b) Paul hat 14 Autos. Er schenkt Felix 6 davon. Wie viele hat er noch?
Rechnung: 14 - 6 = 8

c) Lisa hat 9 Erdbeeren, Jonas hat 3 Erdbeeren. Wie viele Erdbeeren hat Lisa mehr als Jonas?
Rechnung: 9 - 3 = 6

d) Laura hat einige Bonbons. Sie isst 3 davon auf und hat dann noch 6. Wie viele Bonbons hatte sie zu Anfang?
Rechnung: 3 + 6 = 9

Aufgabe 6 Rechengeschichten Zu a) und b)	benennen oder eine Rechenaufgabe zu formulieren <i>rechnet zählen</i> <i>ist a) sehr unsicher</i>
	<input checked="" type="checkbox"/> findet auf Anhieb die passenden Rechenaufgaben <input type="checkbox"/> braucht für die Rechenaufgaben längere Zeit <input type="checkbox"/> formuliert nicht passende Rechenaufgaben <input type="checkbox"/> findet keine Rechenaufgaben <i>2.4.12</i>
Zu c)	<input checked="" type="checkbox"/> findet auf Anhieb die passende Rechenaufgabe <input checked="" type="checkbox"/> braucht für die Rechenaufgabe längere Zeit <input type="checkbox"/> formuliert eine nicht passende Rechenaufgabe <input type="checkbox"/> findet keine Rechenaufgabe
Zu d)	<input type="checkbox"/> findet auf Anhieb die passenden Rechenaufgaben <input checked="" type="checkbox"/> braucht für die Rechenaufgabe längere Zeit <input type="checkbox"/> formuliert eine nicht passende Rechenaufgabe <input type="checkbox"/> findet keine Rechenaufgabe <i>deutet: ist Lisa? kommt nicht zu recht</i>

Einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen sowie Intermodalitätsprobleme

Beobachtungen:

- Lisa findet die passende Rechenaufgabe und löst diese zählend
- Bei den Aufgabenteilen c) und d) benötigt Lisa längere Zeit.
- Beim Aufgabenteil d) kommt Lisa zunächst nicht zurecht. Sie überlegt: „Isst heißt ja Minus, eine Minusaufgabe geht aber nicht...“

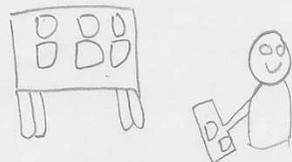
Einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen sowie Intermodalitätsprobleme

Der Bereich „Intermodalitätsprobleme“ findet sich in den Aufgaben 4 und 7. Exemplarisch ist hier die Bearbeitung der Aufgabe 7 dargestellt.

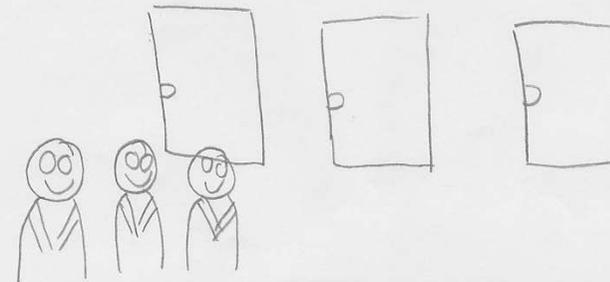
Aufgabe Nr. 7

Male zu jeder Aufgabe ein passendes Bild.

$3 + 5$



$6 - 3$



Aufgabe 7

Bilder zu
Rechengeschichten
Bild zu $3 + 5$

Das Kind zeichnet ein Bild des folgenden Typs:

Typ A Typ B Typ C Typ D Typ E

kein Bild

*Überwiegend 20 von 45 merkt dass es insgesamt 8
Seri zu 3 sein und rechnet 3 mal 3 auf dem Tisch*

Bild zu $6 - 3$

Das Kind zeichnet ein Bild des folgenden Typs:

Typ A Typ B Typ C Typ D Typ E

kein Bild

Rechnet aus dem Ergebnis nämlich 3 Türen

*triviale; zeichne ein Bild zur Aufgabe und
worum Ergebnis rechnet 3 Personen
daran*

Einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen sowie Intermodalitätsprobleme

Beobachtungen:

- Lisa weiß zunächst keinen Lösungsansatz. Sie bekommt den Tipp, bei Aufgabe 4 zu schauen. Sie zeichnet ein Bild aus Aufgabe 4 identisch ab (auf einem Tisch stehen 3 Becher, eine Kellnerin bringt 2 weitere Becher auf dem Tablett). Sie bemerkt, dass es aber 8 sein müssen und zeichnet noch 3 Becher auf den Tisch hinzu.
- Lisa zeichnet bei b) nur das Ergebnis mit 3 Türen. Nach dem Hinweis: „Zeichne ein Bild, welches zur Aufgabe und nicht nur zum Ergebnis passt!“, ergänzt sie 3 Menschen.
- Lisa kann die symbolische Darstellung dieser Aufgaben nicht in die ikonische übersetzen.
- Beim Vergleich zu Aufgabe 4 wird erkennbar, dass ihr die Übertragung der ikonischen Darstellung in die symbolische gelingt.

Diagnostische Hinweise

1. Verfestigtes zählendes Rechnen:

- Lisa rechnet überwiegend zählend.
- Durch das zählende Rechnen kommt es zu langen Bearbeitungszeiten.
- Zweistellige Zahlen rechnet Lisa ziffernweise.
- Lisa weiß die Zahlzerlegung bis 10 noch nicht auswendig.
- Lisa kann Zahlen im Zahlenraum bis 20 noch nicht auswendig halbieren und verdoppeln.
- Lisa benötigt noch Förderung beim Nutzen von Analogien.
- Lisa kann Strukturen bei Zahlen und Zahlrepräsentanten noch nicht sicher nutzen.



2. Probleme bei der Rechts-/Links-Unterscheidung und der Orientierung:

- Lisa ist unsicher bei der Orientierung, vor allem bei der Links-/Rechts- Unterscheidung.
- Lisa hat noch kein sicheres Verständnis für Stellenwerte.

3. Einstellige Zahl- und Operationsvorstellungen bzw. Intermodalitätsprobleme:

- Die Interpretation von Bildaufgaben und die Lösung von Rechengeschichten gelingt Lisa kaum.

Abgeleitete Maßnahmen

Anregungen für Fördermaßnahmen	
In der Spalte „Hilfen und Materialien“ werden folgende Abkürzungen verwendet:	
FK: Förderkarten (Schipper 2005a)	HR: Diese Handreichung LISUM 2008
BfB: Bildung für Berlin, Lerndokumentation Mathematik	SIN: Sinus Modul 4 (Schipper 2005 b)
Förderschwerpunkte	Hilfen und Materialien
<p><input type="checkbox"/> Zahlaufassung und Zahldarstellung (bis 20 und 100) sowie „Schnelles Sehen“ (Quasi-simultane Zahlaufassung) bis 20 und 100</p> <p>– Weiterzählen/Rückwärtszählen – Fühlen/Sehen von Anzahlen und Bilden von Summen – Schnelles Sehen am Zwanziger- und Hunderter-Rechenrahmen</p> <p>Ziele:</p> <p>– Reduzierung des Anteils des konkreten Handelns zugunsten eines Operierens in der Vorstellung – Förderung des Weiterzählens als Ablösung vom Alleszählen (vor allem auch des Rückwärtszählens bei der Subtraktion)</p>	<p>FK 1 bis 4 (Holzwürfel, Tücher, Sichtschutz, strukturierter Zwanziger-Rechenrahmen) HR Kap. 2.2 (Finger, Würfel, Ziffernkarten, Würfelbecher, Dominosteine, Computerprogramme „Schnelles Sehen“, strukturierte Zahlenstreifen bis 10 und Abdeckblätter für „Verdecktes Zählen“) SIN S. 39 – 41 BfB Karteikarten, z. B. „Fingerblitz“, „Klatsch in die Hände“, „Mathematik-Domino“, „Zahlenmemory“</p>
<p><input type="checkbox"/> Zahlzerlegungen sowie Verdoppeln und Halbieren</p> <p>– Alle Zerlegungen bis 10 (an Fingern – an vorgestellten Fingern) – Verdecktes Zählen – Auswendiglernen – Verdoppeln und Halbieren bis 20</p> <p>Ziele:</p> <p>– Gedächtnismäßiges Beherrschen aller Zerlegungen bis 10 als Voraussetzung für den Zehnerübergang mit schrittweisem Rechnen – Gedächtnismäßiges Beherrschen aller Verdoppelungs- und Halbierungsaufgaben bis 20 als Voraussetzung für den Zehnerübergang mit Hilfe des Verdoppels/Halbierens</p>	<p>FK 5 bis 8 (Finger, Stift, Tuch, Ziffernkarten 0–10, 20 zweifarbige Plättchen, Abdeckblatt) HR Kap. 2.3 (Zahlenhäuser, Schüttelkästen, Klappenspiel ...) HR Kap. 2.5 (Zwanziger-Rechenrahmen) SIN S. 41 – 43 BfB Karteikarten, z. B. „Links vom Stift und rechts vom Stift“, „Verdeckte Plättchen“</p>

<p><input type="checkbox"/> Verständnis der Struktur der Hunderter-Tafel – Orientierung im Hunderterraum</p> <p>– Kenntnis der Zahlen bis 100, insbesondere das Wissen über Stellenwerte, Nachbarschaftsbeziehungen, über Zehnermehrfachheiten und über Analogien – Verständnis der Struktur der Hunderter-Tafel</p> <p>Ziele:</p> <p>– Veränderung des Modells der Hunderter-Tafel zu einer „Hunderter-Tafel im Kopf“ – Flexibles Bewegen im Zahlenraum bis 100, so dass mühsame Einzelschritte beim Rechnen mit ZE überwunden werden</p>	<p>Hunderter-Tafel (mit Zifferseite/leere Rückseite) mit klar erkennbarer Fünferstruktur wasserlösliche Stifte, Wendeplättchen zum Abdecken, Ausschnitte aus der Hunderter-Tafel, 4-Felder-Quadrate, „Lochschemata“ mit quadratischem Fenster, durchsichtige Chips</p> <p>HR Kap. 2.7</p>
<p><input type="checkbox"/> Zehnerübergang mit operativen Strategien</p> <p>– Handhabung des Rechenrahmens als Lernhilfe, nicht als Lösungshilfe – Zahldarstellungen mit einem „Fingerstreich“ – Begleitung der Handlungen durch Kurz-sprechweisen – Verinnerlichung von Materialhandlungen zu Vorstellungen</p> <p>Ziele:</p> <p>– Sicheres, materialunabhängiges Beherrschen des schrittweisen Rechnens als operative Strategie (Minimalstrategie) – Thematisieren der Nutzen des Verdoppels bzw. Halbierens</p>	<p>HR Kap. 2.5 FK 9 und 10 (20 zweifarbige Plättchen, 2-mal Ziffernkarten 1–10, Abdeckblatt) FK 11 bis 14 (Zwanziger-Rechenrahmen, Hunderter-Rechenrahmen, Tuch zum Verbinden der Augen) SIN S. 43 – 46</p>
<p><input type="checkbox"/> Übungsformen zum Bewusstmachen des Beziehungsgeflechtes der Grundaufgaben der Addition und Subtraktion; Einprägestrategien</p> <p>– Kernaufgaben – Aufgabenfamilien (vier Aufgaben: Aufgabe, Tauschaufgabe und beide Umkehraufgaben) – Nachbaraufgaben, die durch Veränderung um eins bei einem der beiden Summanden entstehen</p>	<p>HR Kap. 2.6 (Einspluseinseins-Tafel) SIN S. 32 – 34</p>

Die Struktur der Hundertertafel wird in einer Kleingruppe erarbeitet.

Übungen mit dem Rechenrahmen - Erarbeitung des schrittweisen Rechnens werden in die Freiarbeitsphasen von Lisa integriert.

Diese Übung wird Lisa in den kommenden Wochen mit ihrer Mutter durchführen. Dabei steigern sie von Aufgabenformat 2.1 bis 2.4. Im Beratungsgespräch werden die Übungen mit Lisa und ihrer Mutter besprochen und ausprobiert.

Literaturangabe

Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM)(2008): Klewitz, G.; Köhnke, A.; Schipper, Prof. Dr. W.: Unterrichtsentwicklung. Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen

Online verfügbar unter: <https://www.uni-bielefeld.de/idm/serv/handreichung-schipper.pdf>

