Kathetenquadrate und Hypotenusenquadrat untersuchen

Teil 1

Auf deinem Blatt siehst du ein Dreieck.

Es ist ein Dreieck mit einem rechten Winkel. **Markiere** den rechten Winkel.

Zeichne auf der roten Seite des Dreiecks ein rotes Quadrat, dessen Grundseite die rote Seite des Dreiecks ist. Benutze Lineal, Geodreieck und einen roten Buntstift.

Zeichne auf der blauen Seite des Dreiecks ein blaues Quadrat, dessen Grundseite die blaue Seite des Dreiecks ist. Benutze Lineal, Geodreieck und einen blauen Buntstift.

Zeichne auf der grünen Seite des Dreiecks ein grünes Quadrat, dessen Grundseite die grüne Seite des Dreiecks ist. Benutze Lineal, Geodreieck und einen grünen Buntstift.

Schneide die Kacheln aus rotem Papier aus und **lege** damit das rote Quadrat aus.

Schneide die Kacheln aus blauem Papier aus und **lege** damit das blaue Quadrat aus.

Verschiebe jetzt die roten Kacheln in das grüne Quadrat und klebe sie fest.
Verschiebe die blauen Kacheln in das grüne Quadrat und klebe sie fest.

C2 Den Satz des Pythagoras durch Veranschaulichung kennenlernen

Teil 2a

Was fällt dir auf?

_____

Schreibe eine Rechengeschichte in Sätzen dazu auf.

_____

_____

_____

Schreibe eine Rechnung auf.

_____

_____

Was vermutest du, war dies ein Zufall?_____

Wie könntest du überprüfen, ob es auch für ein anderes Dreieck mit rechtem Winkel funktioniert?_____

Teil 2b

Du weißt, wie groß die **Fläche** des grünen Quadrates ist. Kannst du sagen, wie lang die Seite des grünen Quadrates ist?
Wie lang ist die grüne Seite des Dreiecks?

Tipp: Denke an die Quadrataufgaben.

Die **Fläche** des grünen Quadrates ist _____ cm² (Quadratzentimeter) groß.

Die **Seite** des grünen Quadrates ist _____(Zentimeter) lang, weil…

_____(Rechnung).

Die grüne Seite des **Dreiecks** ist _____ cm lang,

weil_____

_____(Schreibe Sätze!)

Lehrerinformation

Zielgruppe: vorwiegend Schülerinnen und Schüler in den zieldifferenten Bildungsgängen

Kompetenzerwartung und Bezug zum Kernlehrplan:
Diese Aufgabe trägt zur Förderung der folgenden Kompetenzen bei, die laut Kernlehrplan für die **Hauptschule** in NRW am Ende der jeweils angegebenen Jahrgangsstufe erreicht sein sollen, wobei die prozessbezogenen Kompetenzen generell ab Beginn der Jahrgangsstufe 5 gefördert werden.[1]

Prozessbezogene Kompetenzen:
Werkzeuge nutzen: Die Schülerinnen und Schüler nutzen verschiedene (nicht-digitale) Werkzeuge für mathematisches Arbeiten.[2]
Problemlösen: Die Schülerinnen und Schüler erfassen eine mathematische Situation, nutzen mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten zur Problemlösung und wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes“ […] an.[3]

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Bis Ende Jahrgangsstufe 6:
Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen können: Die Schülerinnen und Schüler unterscheiden Grundfiguren […] begrifflich und bestimmen Flächeninhalte von Rechtecken.[4]
Bis Ende Jahrgangsstufe 8:
Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen können: Die Schülerinnen und Schüler […] rechnen mit Größen und nutzen die Operationseigenschaft „Umkehrbarkeit“ […].[5]

[1] Der KLP Hauptschule wird hier als Referenzdokument eingefügt, weil gemäß der Ausbildungsordnung Sonderpädagogische Förderung (AO-SF) für den Erwerb eines dem Hauptschulabschluss (nach Klasse 9) gleichwertigen Abschlusses (§ 35 Abs. 3 AO-SF) die Kompetenzerwartungen des Kernlehrplanes Hauptschule die Grundlage für die inhaltliche Gestaltung bilden.
In diesem Zusammenhang ist auch insbesondere der § 32.2 zur Leistungsbewertung wichtig:
(2) Die Schulkonferenz kann beschließen, dass ab Klasse 4 oder ab einer höheren Klasse die Bewertung einzelner Leistungen von Schülerinnen und Schülern zusätzlich mit Noten möglich ist. Dies setzt voraus, dass die Leistung den Anforderungen der jeweils vorhergehenden Jahrgangsstufe der Grundschule oder der Hauptschule entspricht. Dieser Maßstab ist kenntlich zu machen.
[2] Vgl. Kernlehrplan und Richtlinien für die Hauptschule in NRW. Mathematik, MSW, 2011, S. 20.
[3] Vgl. ebd. S. 17.
[4] Vgl. ebd. S. 24.
[5] Vgl. ebd. S. 22.

Zur Information: Einordnung in den Kernlehrplan für das **Gymnasium** in NRW

Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6:
Prozessbezogene Kompetenzen:
Werkzeuge – Medien und Werkzeuge verwenden: Die Schülerinnen und Schüler nutzen Lineal und Geodreieck […] zum Messen und genauen Zeichnen.[6]

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Arithmetik/Algebra – mit Zahlen und Symbolen umgehen: Die Schülerinnen und Schüler führen Grundrechenarten (Kopfrechnen und schriftliche Rechenverfahren) mit natürlichen Zahlen […] aus.[7]
Geometrie – ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen: Die Schülerinnen und Schüler zeichnen grundlegende ebene Figuren […] und schätzen und bestimmen […] den Flächeninhalt von Rechtecken […].[8]

Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 8:
Prozessbezogene Kompetenzen:
Problemlösen – Probleme erfassen, erkunden und lösen: Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren […], beschreiben ihre Vorgehensweise zur Lösung eines Problems und wenden die Problemlösestrategie „Zurückführen auf Bekanntes“ […] an.[9]

Didaktischer Kommentar:
Die Schülerinnen und Schüler werden angeleitet, durch Verschieben der Kacheln zu entdecken, dass die Summe der Flächen der Kathetenquadrate der Fläche des Hypotenusenquadrates entspricht.

Es werden geometrische **Grundvorstellungen** in den folgenden Bereichen gebildet: Flächeninhalt, Ausdehnungs-Vorstellung; Vergleichs-Vorstellung von Flächeninhalten, Zerlegungsgleichheit.

Diese Aufgabe ist die Kernaufgabe des Vorhabens für die Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im Bereich Lernen bzw. Geistige Entwicklung.

Im zweiten Abschnitt der Aufgabe wird versucht, die Schülerinnen und Schüler schrittweise zu der Entdeckung zu führen, dass eine pythagoreische Beziehung zwischen den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks besteht.

[6] Vgl. Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) . Mathematik, MSW, 2007, S. 20.
[7] Vgl. ebd. S. 21.
[8] Vgl. ebd. S. 22.
[9] Vgl. ebd. S. 25.

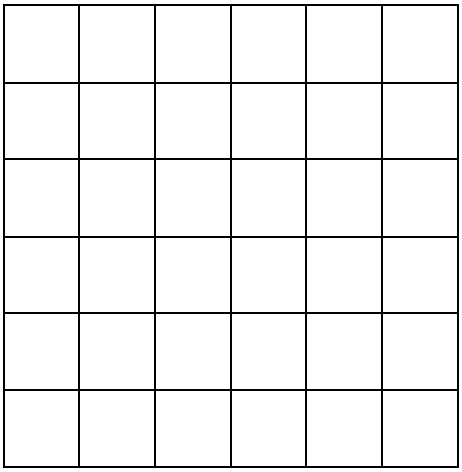
C2 Den Satz des Pythagoras durch Veranschaulichung kennenlernen

Die Aufgabe bietet eine Struktur für Beobachtung und Schlussfolgerung an. Es ist jedoch sinnvoll, dass die Bearbeitung des Arbeitsblattes durch ein Lehrer-Schülergespräch ergänzt oder begleitet wird.
Die Schülerinnen und Schüler werden voraussichtlich problemlos die Kacheln verschieben und feststellen, dass es passgenau aufgeht. Sie brauchen jedoch Anleitung, um die Implikationen dessen, was sie beobachten, zu erfassen. Die Schülerinnen und Schüler müssen ihre Beobachtung sprachlich formulieren, sie müssen auf die Formulierung „Summe der Flächen“ und auf den Größenvergleich kommen und sie müssen von der Quadratfläche zur Quadratseite zur Dreieckseite zurück denken.

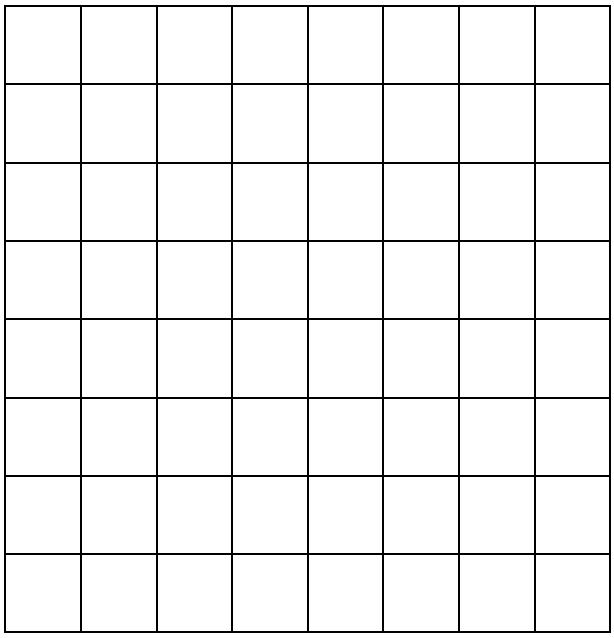
Es wird darauf verzichtet, die Wörter „Hypotenuse“ und „Kathete“ zu verwenden. Die Schülerinnen und Schüler können sich so auf die mathematische Aufgabe konzentrieren, ohne zusätzlich Fachwörter übersetzen zu müssen.

Impulse zur Binnendifferenzierung/zum zieldifferenten Lernen:
Je nach Selbstständigkeitsgrad der Schülerinnen und Schüler kann die Anleitung zu Teil 1 der Aufgabe C2 als Buddybook (siehe Materialblatt) angeboten werden. Durch die Darbietung in dieser Form, haben sie die Möglichkeit, die einzelnen Arbeitsschritte sukzessive aufzublättern und durchzuführen.
Je nach feinmotorischer Geschicklichkeit der Schülerinnen und Schüler kann es sinnvoll sein, die Kacheln bereits geschnitten anzubieten.

Material
ein rechtwinkliges Dreieck auf einem DIN A3 Blatt: horizontal ist die Hypotenuse grün eingezeichnet und sie ist 10 cm lang, eine rot eingezeichnete Kathete ist 6 cm lang, eine blaue Kathete ist 8 cm lang
Kacheln (6 mal 6) auf rotem Fotokarton
Kacheln (8 mal 8) auf blauem Fotokarton



C2 Den Satz des Pythagoras durch Veranschaulichung kennenlernen



Seite 2

Aufgabe 1.

(Länge 6 cm)

Zeichne auf der roten Seite des Dreiecks ein rotes Quadrat.

Benutze ein Geodreieck und einen roten Stift.

Seite 3

Aufgabe 2.

(Länge 8 cm)

Zeichne auf der blauen Seite des Dreiecks ein blaues Quadrat.

Benutze ein Geodreieck und einen blauen Stift.

Seite 4

Aufgabe 3.

(Länge 10 cm)

Zeichne auf der grünen Seite des Dreiecks ein grünes Quadrat.

Benutze ein Geodreieck und einen grünen Stift.

Seite 5

Aufgabe 4.

Schneide die Kacheln aus rotem Papier aus und lege damit das rote Quadrat aus.

Aufgabe 5.

Schneide die Kacheln aus blauem Papier aus und lege damit das blaue Quadrat aus.

Seite 6

Aufgabe 6.

Verschiebe jetzt die roten und blauen Kacheln und lege damit das grüne Quadrat aus.

Seite 7

Aufgabe 7.

Was fällt dir auf?

Tausche dich mit deinem Partner aus.

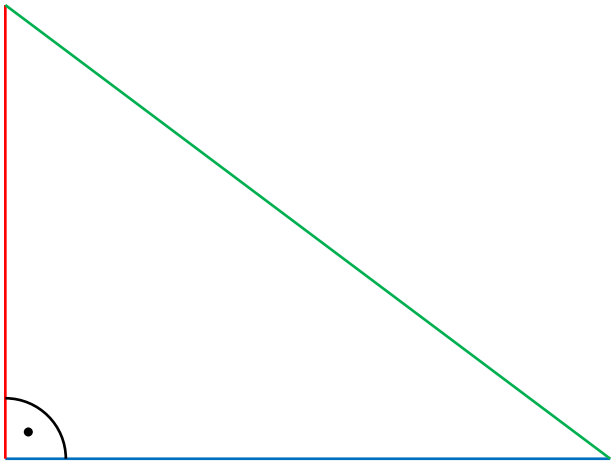
Seite 8

C2

Anleitung zum Bestimmen von Flächeninhalten

Name: _____

Klasse: _____

C2 Den Satz des Pythagoras durch Veranschaulichung kennenlernen

Hier ist ein rechtwinkliges Dreieck